

# Cálculo

## Primero de Matemáticas - Grupo A

1. Prueba que la función  $F(x,y) = f\left(\frac{y}{x^2 - y^2}\right)$ , donde  $f$  es una función real derivable, verifica la igualdad

$$(x^2 + y^2) \frac{\partial F}{\partial x}(x,y) + 2xy \frac{\partial F}{\partial y}(x,y) = 0$$

2. Sea  $z = z(x,y)$  la función dada implícitamente por

$$3x^2y^2 + 2z^2xy - 2zx^3 + 4zy^3 - 4 = 0$$

Calcular  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(0,1)$ .

3. Hallar el volumen máximo de una caja rectangular situada sobre el plano  $XY$  que tiene un vértice en el origen y el vértice opuesto, de coordenadas positivas, pertenece al paraboloide  $z + x^2 + 4y^2 = 4$ .
4. Calcular el centro de masas de una lámina que ocupa la parte del disco de centro  $O$  y radio  $r$  que está en el primer cuadrante del plano y cuya función de densidad viene dada por  $h(x,y) = xy$ .

Granada, 21 de mayo de 2002